Schallgeschwindigkeitsmessungen in einigen Flüssigkeiten nach der Kundtschen Methode und Nachprüfung der Korrektionen für unbegrenztes Medium.

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

einer Hohen philosophischen Fakultät

der Universität Marburg

vorgelegt von

JULIUS KARL LUDWIG WILHELM

aus Frankfurt am Main.

MARBURG 1934

DISSERTATIONSVERLAG G. H. NOLTE DUSSELDORF

Als Dissertation angenommen am 17. Mai 1934.
Berichterstatter: Professor Dr. F. A. Schulze
Tag der mündlichen Prüfung: 30. April 1934.
Gedruckt mit Genehmigung der Fakultät.

INHALTSÜBERSICHT

Einleitende Vorbemerkungen

Ziel und Methode der Versuche 5

I. Die Umrechnung der direkt in der Röhre erhaltenen Schallgeschwindigkeitswerte auf die Ausbreitung im freien Raum

a) Die Korrektionsformeln von Vago, Korteweg und Green . . 7

b) Der Einfluß von Reibung und Wärmeleitung 8

II. Versuche

a) Vorbemerkungen 10

b) Versuchsanordnung 12

c) Versuchstabellen 16

III. Vergleich zwischen den drei Theorien

a) Tabellen und Kurven 19

b) Diskussion der Tabellen und Kurven 24

IV. Zusammenfassung 27

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41554414_0022

EINLEITENDE VORBEMERKUNGEN.

Ziel und Methode der Versuche.

Über die Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten liegen — bei niederen Frequenzen — verhältnismäßig wenig Arbeiten vor. Von älteren Bestimmungen abgesehen, kommen wesentlich in Betracht die Arbeiten von K. Dörsing [1]) und W. Busse [2]). Beide benutzen die Methode der Kundtschen Staubfiguren (die direkte Methode ist bisher nur bei Wasser angewandt worden), und haben das Verdienst, die Schwierigkeiten, die diesem Verfahren anhaften (schwere Erzeugbarkeit der Staubfiguren usw.), weitgehend gehoben zu haben. Ein beträchtlicher Nachteil dieser Methode liegt bei Flüssigkeiten darin, daß man gegenüber derselben Methode bei Gasen eine sehr erhebliche Korrektion an dem zunächst für die Schallgeschwindigkeit in der Röhre erhaltenen Wert anbringen muß, um den für die Ausbreitung im freien Raum geltenden Wert zu bekommen. Zwar ist auch bei der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Gasen nach der Kundtschen Methode eine, durch Reibung und Wärmeleitung bedingte, Korrektion vorzunehmen, die aber in den meisten Fällen kaum 1% beträgt, während es sich bei Flüssigkeiten um eine Veränderung von rund 20 % handelt. Diese ist, worauf zuerst H. v. Helmholtz [3]) hingewiesen hat, durch die elastische Nachgiebigkeit der Röhrenwand bedingt, deren Einfluß bei der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Gasen meist bedeutungslos ist. Andrerseits spielt bei Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten der Einfluß von Reibung und Wärmeleitung als zu geringfügig keine Rolle.

Gegenüber einer unrichtigen Deutung der Verminderung der Schallgeschwindigkeit von Flüssigkeiten in Röhren durch G. Wertheim [4]) gibt Helmholtz [3]) die richtige Erklärung, indem er sagt: „Nun ist .... eine Messingröhre einer comprimierten Wassermasse gegenüber nicht als so absolut fest zu setzen, wie es bei den Luftschwingungen ist. Schon bei den letzteren erniedrigt sich der Ton der Pfeife, wenn sie aus Holz gefertigt wird, und noch mehr, wenn ein Teil der Wand durch eine nachgiebigere Substanz, z. B. Pergament, ersetzt wird, und etwas ähnliches muß bei Wasserschwin-

1) Dörsing: Inaug.Diss. Bonn 1907. Ann. d. Phys. 25. S. 228. 1908.
2) W. Busse: Inaug.Diss. Freiburg 1924. Ann. d. Phys. 75 S. 657. 1924.
3) H. v. Helmholtz: Fortschr. d. Phys. 4, S. 101—118. 1844. Wiss. Abh. I, S. 246. Leipzig 1882.
4) G. Wertheim: Pogg. Ann. 77, S. 427 u. S. 544. 1849.

gungen vorkommen. Indessen kann dieser Einfluß nicht von der Art der Röhre unabhängig sein, er muß proportional sein ihrem Radius, umgekehrt proportional ihrer Wanddicke und ihrem Elastizitätskoeffizienten." —

Eingehende Theorien dieses Einflusses sind dann ausgearbeitet worden von Rankine [5]), Korteweg [6]), Lamb [7]), Green [8]) und Vago [9]). Die Korrektionsformeln sind außer der Kortewegschen, die von Dörsing berücksichtigt wurde, noch nicht nachgeprüft. Nur in einer Arbeit von A. Cisman [10]) in jüngster Zeit ist eine Vergleichsprüfung von Kortewegscher und Vagoscher Theorie versucht worden, aber das vorliegende Material scheint für diesen Zweck nicht ausreichend zu sein. Dörsing hat in seiner Arbeit (S. 73) die Kortewegsche Korrektion einer geeigneten Umformung unterzogen, auf die später noch zurückzukommen ist. —

Die Arbeit von Dörsing hat den Hauptzweck, die Methode der Kundtschen Staubfiguren dem Experiment zugänglicher zu machen und sie zugleich auf eine größere Anzahl von Flüssigkeiten auszudehnen. — Die zweite in diesem Rahmen in Betracht kommende Arbeit, die von Busse, versucht, die Dörsingschen experimentellen Angaben noch zu vervollkommnen mit dem Ziel, möglichst genaue Werte der Schallgeschwindigkeit zu erhalten, um sie für die Errechnung der Kompressibilität und des Verhältnisses der beiden spezifischen Wärmen zu benutzen. Eine Nachprüfung der Korrektionsformeln ist von Busse nicht vorgenommen worden. —

Die vorliegende Arbeit stellt sich zunächst die Aufgabe, diese Lücke auszufüllen und verschiedene Theorien, die von Korteweg, Vago und Green (die Theorien von Rankine und Lamb beruhen auf falschen Voraussetzungen, vgl. bei Dörsing) nachzuprüfen und zu vergleichen. — Es war hierzu vor allem nötig, Rohre möglichst verschiedener Weite und Wandstärke zu benutzen. Die Versuche selbst sind übrigens im wesentlichen nach den Angaben und Erfahrungen Busses gemacht; nur: in einigen Punkten wurde abgewichen. Es sind auch Flüssigkeiten untersucht worden, deren Schallgeschwindigkeit bisher noch nicht bestimmt wurde, nämlich Glycerin, Essigsäure, Petroleum und schweflige Säure. — Ferner war beabsichtigt, die Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten in möglichst weiten Temperaturgrenzen zu bestimmen, worüber bisher so gut wie gar keine systematischen Untersuchungen vorliegen. —

---

5) W. J. M. Rankine: On the velocity of sound in liquid and solid bodies of lim. dim. Thoms. Journ. (2) S. 6, 238. 1851.

6) D. J. Korteweg: Wied. Ann. Neue Folge V. S. 525. 1878.

7) H. Lamb: On the velocity of sound... Manch.Mem. 42, Nr. 9, S. 1. 1898.

8) Green: Phil. Mag. 45, 6. Serie, S. 907. 1923.

9) Vago: Ztschr. f. ang. Math. u. Mech. 4, S. 113. 1924.

10) A. Cisman: Journ. de physique, 7, S. 345. 1926.

I. DIE UMRECHNUNG DER DIREKT IN DEN RÖHREN ERHALTENEN SCHALLGESCHWINDIGKEITSWERTE AUF DIE AUSBREITUNG IM FREIEN RAUM.

a) Die Korrektionsformeln von Vago, Korteweg und Green.

Diese Formeln lassen sich auf eine gemeinsame Form bringen. Es sei

c die direkt im Rohr gemessene Schallgeschwindigkeit (erhalten als $n \cdot \lambda$);

c_0 die für die Ausbreitung im freien unendlich ausgedehnten Medium gültige Schallgeschwindigkeit;

ϱ_0 die Dichte der Flüssigkeit;

α ein die Dimensionen und Elastizitätskoeffizienten des Rohres enthaltender Faktor.

Es gilt dann:

$$C_0 = \frac{C}{\sqrt{1-\alpha\varrho_0 C^2}}.$$

Ist d der innere Durchmesser der Glasröhre;

Δ die Wandstärke der Glasröhre;

E der Elastizitätsmodul;

λ und μ die Laméschen Elastizitätskonstanten;

(μ = Torsionsmodul)

ε die Dichte der Glasröhrensubstanz;

so ist:

nach Vago:

$$(I) \quad \alpha_1 = \frac{d}{E\Delta} = \alpha_1$$

nach Korteweg:

$$(II) \quad \alpha_K = \frac{d}{E\Delta\left(1-\frac{d}{3\Delta}\right)} = \alpha_2.$$

nach Green:

$$(III) \quad \alpha_G = \frac{d}{4\Delta(d+\Delta)}\frac{1}{\mu}\left\{\frac{(d+2\Delta)^2}{d} + \left[\frac{\lambda+2\mu}{3\lambda+2\mu}\cdot\frac{\left(1-\frac{\varepsilon c^2}{\lambda+2\mu}\right)}{\left(1-\frac{\varepsilon c^2}{E}\right)}\right]\cdot d\right\} = \alpha_3.$$

Im Gegensatz zu α_1 und α_2 enthält α_3 noch die Dichte ε des Glases, wie es ja auch zu erwarten wäre.

b) Der Einfluß von Reibung und Wärmeleitung.

Nachdem zuerst H. v. Helmholtz [1]) den Einfluß der Reibung auf die Schallgeschwindigkeit in Gasen untersucht hat, wurde von G. Kirchhoff [2]) der gleichzeitige Einfluß von Wärmeleitung und Reibung berechnet. Danach ist, wenn

r der Radius der Röhre,
n die Schwingungszahl,
u die gemessene Schallgeschwindigkeit in der Röhre,
v die wahre Schallgeschwindigkeit

ist,

$$v = u\left(1 - \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}}\right).$$

wobei

$$\gamma = \sqrt{\frac{\eta}{\varrho}} + \left(\sqrt{K} - \sqrt{\frac{1}{K}}\right)\sqrt{\frac{k}{\varrho \cdot c_v}}.$$

Hierin ist:

η der Koeffizient der inneren Reibung;
k der Koeffizient der inneren Wärmeleitung;
ϱ die Dichte;
c_v die spezifische Wärme bei konstantem Volumen.

Einsetzung der betreffenden Zahlenwerte zeigt, daß der maßgebende Einfluß des Koeffizienten γ für Gase i. a. erheblich größer ist als für Flüssigkeiten.

Es ist z. B. bei Zimmertemperatur für Luft: $\gamma = 0{,}562$ (cm $\sec^{-1/2}$); dagegen für

Wasser:	$\gamma = 0{,}1072$	(cm sec. $^{-1/2}$).
Essigsäure:	$\gamma = 0{,}1245$	„
Aceton:	$\gamma = 0{,}0812$	„
Aethylalkohol:	$\gamma = 0{,}1350$	„
Aethyläther:	$\gamma = 0{,}0674$	„
Benzol:	$\gamma = 0{,}1032$	„
Schwefelkohlenstoff:	$\gamma = 0{,}0752$	„

Damit wird für $2r = 2{,}5$ cm, $\pi \cdot n = 10\,000$ ($n = 3185$ Hertz); — von dieser Größenordnung sind die Werte von r und n bei den vorliegenden Versuchen —

---

1) H. v. Helmholtz: Verh. d. natur.-hist.-mediz. Vereines zu Heidelberg vom Juli 1863, Bd. III; S. 16. Wiss. Abh. Bd. I; S. 383.
2) G. Kirchhoff: Pogg. Ann. 134, S. 177. 1868. Ges. Abh. S. 540.

Medium	$\frac{\gamma}{2rV\pi n}$
Luft	0,00205
Wasser	0,00039
Essigsäure	0,00045
Aceton	0,00030
Aethylalkohol	0,00054
Aethyläther	0,00025
Benzol	0,00038
Schwefelkohlenstoff	0,00027

Während sich also die Schallgeschwindigkeit in Luft um ca. 2% vermindert, beträgt die Verringerung in den Flüssigkeiten noch nicht $1^0/_{00}$, sodaß diese Korrektion in Flüssigkeiten nicht erforderlich ist. Über die Gültigkeit der Kirchhoffschen Korrektion sind sehr viele Untersuchungen angestellt, die noch nicht zu einem abschließenden Ergebnis geführt haben. Nach manchen Versuchen ist zwar die Art der Abhängigkeit der Korrektion von r und n richtig, jedoch nicht der Zahlenwert von γ, während nach anderen auch dieser durch die Messungen bestätigt wird. So ist noch ganz kürzlich der Zahlenwert von γ in den sehr sorgfältigen Versuchen von G. W. C. Kaye und G. G. Sherratt [3]) im Intervall von 0° bis 100° für Luft und CO_2 zahlenmäßig bestätigt gefunden. Wie bereits Dörsing hervorhebt, geht die Einflußlosigkeit dieser Korrektion für Flüssigkeiten auch aus der Übereinstimmung derjenigen Werte der Schallgeschwindigkeit c_0 hervor, die sich bei Versuchen mit Röhren von verschiedenem Radius und verschiedener Wandstärke ergeben. Gleiches gilt für meine Versuche. —

3) G. W. C. Kaye und G. G. Sherratt: Proceed. Roy. Soc. 141. S. 123. 1933.

II. VERSUCHE.

a) Vorbemerkungen.

Um die drei Theorien (von Vago, Korteweg und Green) vergleichen zu können, war es erforderlich, Glasröhren von recht verschiedenem Radius und Wandstärke zu benutzen. Es kamen 12 Glasröhren (mit I—VI bezw. VII—XII bezeichnet) zur Verwendung.

Tabelle 1. Zwölf Glasröhren.

Nr. der Röhre	Länge L_1 (cm)	Innerer Durchmesser d (cm)	Wandstärke Δ (cm)	Dichte ε
I.	140	2,50	0,30	2,505
II.	124	2,85	0,28	2,520
III.	127	2,80	0,28	2,492
IV.	142	2,10	0,27	2,465
V.	145	2,70	0,29	2,560
VI.	137	2,80	0,21	2,572

Nr. der Röhre	Länge L_1 (cm)	Innerer Durchmesser d (cm)	Wandstärke Δ (cm)	Dichte ε
VII.	132,5	2,75	0,31	2,465
VIII.	130	2,45	0,32	2,492
IX.	128	2,50	0,22	2,572
X.	118	2,90	0,20	2,560
XI.	141	2,61	0,25	2,520
XII.	135	2,40	0,25	2,505

Die Dichte ε wurde nach der Auftriebsmethode bestimmt. Zur Erzeugung des Tones dienten sechs verschiedene Glasröhren (als Glasstäbe bezeichnet) von geringerem Innendurchmesser; ihre Maße sind in der folgenden Tabelle 2 angegeben:

Tabelle 2. Sechs Glasstäbe. (Glasröhren).

Nr. der Röhre	Länge in cm	Innerer Durchmesser (cm)	Wandstärke (cm)	Dichte ε
1	59,2	1,70	0,25	2,505
2	68,3	1,50	0,30	2,520
3	48,9	1,60	0,30	2,492
4	56,2	1,60	0,20	2,465
5	54,3	1,50	0,30	2,560
6	68,4	1,60	0,35	2,572

Zuerst wurden nun die Schwingungszahlen n der Glasstäbe (mit Nr. 1—6 bezeichnet) mittels Kundtscher Staubfiguren in Luft bestimmt, wobei diese in den in Tabelle 1 angegebenen Glasröhren erzeugt wurden.

Die erhaltenen Werte sind in Tabelle 3 angegeben mit den daraus folgenden Werten von E.

Tabelle 3. Schwingungszahlen und Elastizitätsmoduln der Glasstäbe.

Nr.	t	$\frac{\lambda}{2}$ (cm)	n	λ_{Gl} (cm)	$c_{Gl} = \frac{c_{Lu}}{\lambda_{Lu}} \lambda_{Gl}$	$E = \delta \cdot c_{Gl}^2$ (CGS 10^{11})
1.	15°	3,766	4520,1	118,4	5347,2	7,161
2	15°	4,521	3760,4	136,6	5136,7	6,651
3.	14°	3,254	5222,7	97,8	5107,8	6,504
4	16°	3,892	4381,5	112,5	4929,2	5,986
5.	14°	3,463	4911,2	108,6	5332,2	7,279
6.	15°	4,384	3882,8	136,8	5311,7	7,259

Tabelle 4. Zwölf Glasröhren.

Nr. der Röhre	E (CGS) 10^{11}	λ (CGS) 10^{-11}	μ (CGS) 10^{-11}	α_1 (10^{-11})	α_2 (10^{-11})	α_3 (10^{-11})
I	7,161	1,935	2,992	1,1637	1,4579	$0{,}9550 + 0{,}3774 \cdot \frac{7{,}9240 - 6\,c'}{7{,}1613 - 6\,c'}$
II	6,651	2,347	2,698	1,5303	1,8299	$1{,}2295 + 0{,}4592 \cdot \frac{7{,}7435 - 6\,c'}{6{,}6512 - 6\,c'}$
III	6,504	2,214	2,649	1,5376	1,8450	$1{,}2356 + 0{,}4643 \cdot \frac{7{,}5381 - 6\,c'}{6{,}5040 - 6\,c'}$
IV	5,986	1,937	2,452	1,2993	1,6536	$1{,}1102 + 0{,}4052 \cdot \frac{6{,}8492 - 6\,c'}{5{,}9861 - 6\,c'}$
V	7,279	2,981	2,904	1,2791	1,5579	$1{,}0682 + 0{,}3570 \cdot \frac{8{,}7896 - 6\,c'}{7{,}2790 - 6\,c'}$
VI	7,259	2,497	2,953	1,8367	2,0988	$1{,}3885 + 0{,}5698 \cdot \frac{8{,}3965 - 6\,c'}{7{,}2594 - 6\,c'}$
VII	5,986	1,937	2,452	1,4819	1,8246	$1{,}2204 + 0{,}4687 \cdot \frac{6{,}8492 - 6\,c'}{5{,}9861 - 6\,c'}$
VIII	6,504	2,214	2,649	1,1771	1,5047	$1{,}0167 + 0{,}3458 \cdot \frac{7{,}5381 - 6\,c'}{6{,}5040 - 6\,c'}$
IX	7,259	2,497	2,953	1,5653	1,8342	$1{,}2229 + 0{,}4796 \cdot \frac{8{,}3965 - 6\,c'}{7{,}2594 - 6\,c'}$
X	7,279	2,981	2,904	1,9920	2,2507	$1{,}5122 + 0{,}5761 \cdot \frac{8{,}7896 - 6\,c'}{7{,}2790 - 6\,c'}$
XI	6,651	2,347	2,698	1,5696	1,8676	$1{,}2536 + 0{,}4720 \cdot \frac{7{,}7435 - 6\,c'}{6{,}6512 - 6\,c'}$
XII	7,161	1,935	2,992	1,3405	1,6220	$1{,}0607 + 0{,}4407 \cdot \frac{7{,}9240 - 6\,c'}{7{,}1613 - 6\,c'}$

Die Werte von E gelten sowohl für die Glasstäbe als auch für die Glasröhren, da je die Gläser
1, I, XII; 2, II, XI; 3, III, VIII; 4, IV, VII; 5, V, X; 6 VI, IX;
aus derselben Sorte angefertigt waren.

Da ferner die chemische Zusammensetzung der einzelnen Glassorten bekannt war, so konnte den Tabellen von Landolt-Börnstein der Torsionsmodul μ entnommen werden. Damit war denn auch

$$\lambda = \frac{\mu\,(E - 2\mu)}{3\mu - E} \text{ bestimmt.}$$

In vorstehender Tabelle 4 sind die Elastizitätskonstanten für die zwölf Glasröhren zusammengestellt. Die letzten drei Kolumnen enthalten die Werte für $\varkappa_1$ (nach [I]), für $\varkappa_2$ (nach [II]) und für $\varkappa_3$ (nach [III]). Die Werte für $\varkappa_3$ sind nicht endgültig, da sie noch die zu messende Schallgeschwindigkeit in der Röhre als Variable enthalten.

b) Versuchsanordnung.

Im wesentlichen wurde die von Busse angegebene Versuchsanordnung benutzt. —

1. Die Schallquelle.

Die Schwingungszahlen der Glasstäbe, die von einer rotierenden Reibvorrichtung kontinuierlich erregt werden und somit als Schallquelle dienen, sind in Tabelle 3 angegeben. —

Die Reibvorrichtung ist eine aus Eichenholz gedrehte Scheibe; (Durchmesser 10 cm; Höhe $4^1/_2$ cm); in 1 cm Abstand voneinander sind zwei Rillen von $^1/_2$ cm Tiefe eingedreht, in welchen zwei Gummiringe von 1 cm Durchmesser eingebettet sind (Schmidt & Wigmann, Ffm). Darüber werden straff vier Schichten weichen Stoffes (am besten Wollstoff) gespannt und seitlich befestigt. Über den Wollstoff wird in zwei Lagen haltbares weiches Tuch (besonders brauchbar von einer vorkriegszeitlichen Postuniform) gezogen und ebenfalls seitlich befestigt (genagelt). Die Scheibe wird auf die Achse eines kleinen Motors gesetzt. —

Die Glasstäbe werden mittels eines starkbefestigten Stativs in der Mitte in einem Holzring mit Korkauslage festgeklemmt; neben dem einen freien Ende rotiert die Scheibe. — Um Töne von großer Intensität, die für die Versuche nötig sind, durch die Glasstäbe zu erzeugen, muß der Glasstab fest gegen das Reibzeug gepreßt werden; dabei dürfen aber die longitudinalen Schwingungen des Stabes nicht beeinträchtigt und auch nicht ein großer Teil der Schallintensität absorbiert werden. Als am besten erwies sich folgende Preßvorrichtung (s. Skizze Fig. 1): auf einem Holzstab von 70 cm Länge, 6 cm Breite und 4 cm Dicke, der als zweiarmiger Hebel diente, waren auf einem Hebelarm in etwa 30 cm Abstand vom Drehungsmittelpunkt D über zwei Stege zwei mit Pech getränkte

Hanffäden parallel fest und gleich gespannt. Diese beiden Fäden pressen mit Hilfe des zweiarmigen Hebels den Glasstab von der Seite her an die Reibvorrichtung an. Am Ende des anderen Hebelarmes wirkt über eine Rolle das Gewicht (pressende Kraft). — Dieser Teil der Apparatur muß äußerst fest montiert sein. — Je nach der

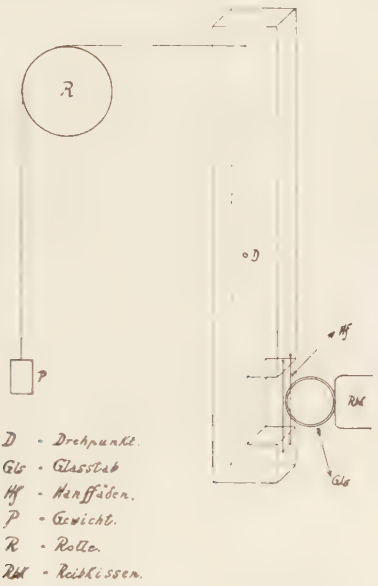


Fig. 1.

erforderlichen Intensität des Tones beträgt die pressende Kraft (Gewicht) 15—40 kg. Bei Versuchen in ein- und derselben Flüssigkeit mit gleicher Glasröhre und gleicher Schallquelle, aber bei verschiedener Temperatur, müssen auch die pressenden Kräfte, also die Schallintensitäten, geändert werden; und zwar ist es meist so, daß mit fallender Temperatur die Intensität (Belastung) größer werden muß. — Besonderer Wert ist auf die richtige Feuchthaltung des Reibkissens zu legen. Ein Tropfapparat, wie ihn Dörsing beschreibt, wurde nicht benutzt; nach längerer Übung findet man den richtigen Feuchtigkeitsgehalt heraus; ist das Kissen zu feucht, so läßt man einige Minuten den Motor laufen, ohne den Glasstab an das Kissen zu pressen. —

2. Die mit Flüssigkeit gefüllten Glasröhren.

Die Glasröhren sind an einem Ende mit einer dünnen, nicht sehr porösen, zähen Gummimembran verschlossen. Sie werden mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt und gleichzeitig wird auch das zur

Erzeugung der Staubfiguren erforderliche Pulver eingegeben; dann wird die Röhre am anderen Ende durch einen fest anschließenden beweglichen Messingstempel verschlossen. Durch mehrmaliges Schütteln wird das Pulver längst der Glaswand in eine feine Linie ausgezogen. Um auf einfache Weise Luftblasen aus der Flüssigkeit entfernen und auch die Temperatur bequem messen zu können, befindet sich am Anfang der Röhre, in der Nähe der Membran, noch ein angeschmolzenes Röhrchen (Durchmesser 0, 7 cm; s. Fig. 2). Durch

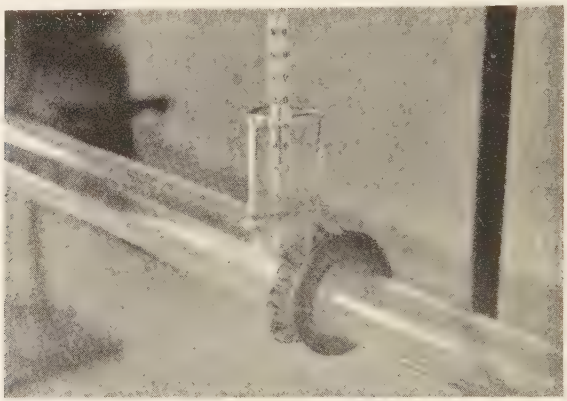


Fig. 2.

Druck auf den Verschlußstempel kann damit überschüssige Flüssigkeit aus der Röhre gepreßt werden. In das Röhrchen wurde das Thermometer gehängt. — Es ist kaum anzunehmen, daß dieses kurze, am Anfang angebrachte Glasröhrchen, die Schwingungen der ganzen Glasröhre merklich beeinflußt. —

3. Entstehung der Staubfiguren.

Nachdem die Glasröhre gefüllt und das Pulver gut verteilt ist, muß zunächst die Röhre eingeklemmt werden. Es zeigt sich, daß symmetrische Klemmung der Röhre ($^1/_4$ und $^3/_4$ ihrer Länge) zur guten Erzeugung von Staubfiguren am vorteilhaftesten ist. Die Erklärung liegt vielleicht darin, daß die Wandschwingungen der Röhre die Bewegung des Pulvers beeinflussen. Denn da die Wandschwingungen der Röhre meist transversal sind, wirbeln sie das Pulver auf; dadurch wird die Reibung an der Wand verhindert, und bis zu einem gewissen Grad das Entstehen der Figuren erleichtert. Auch in Gasen kann man ja durch Klopfen an der Rohrwand die Figurenbildung fördern. Deshalb dürfen die Glasröhren weder zu geringe noch zu große Wandstärke haben. — Da die transversalen Wandschwingungen (und somit auch die Figurenbildung) durch die Einklemmung der Röhre beeinflußt werden, so ist anzunehmen, daß

symmetrische Klemmung am ehesten Unregelmäßigkeiten ausschließt. — Die Glasröhren wurden an zwei Stellen eingeklemmt, und zwar genau in ¼ und ¾ ihrer Länge. —

Als Pulver erwies sich nicht in jedem Falle das von Busse angegebene Aluminiumpulver als zweckmäßig. Bei den dünnwandigen Röhren (VI, IX, X) und auch bei Flüssigkeiten, in denen geringere Schallgeschwindigkeit festgestellt wurde, wie z. B. Schweflige Säure, war Aluminiumpulver zu leicht; hier wurde dann eine Mischung von Aluminium- und Eisenpulver (beides von einheitlicher Korngröße) als geeigneter gefunden. Das Pulver muß in jedem Falle gut gereinigt und entfettet und getrocknet sein, bevor es in die Versuchsflüssigkeit gebracht wird. — Nach diesen Vorarbeiten bringt man die Membran des gefüllten Glasrohres mit dem einen Ende des tönenden Glasstabes in leichte Berührung (s. Bild), sodaß beim Schwingen des Stabes die Membran einen reinen Ton gibt. Es ist jetzt zunächst darauf zu achten, daß die Stempelstellung in der Röhre richtig ist, denn die Figuren bilden sich nur dann exakt aus, wenn die letzte Knotenstelle eine Halbwelle vom Stempel entfernt ist. Sind die Figuren deutlich, also die Knotenstellen scharf ausgeprägt, so muß man die Schallquelle sofort ausschalten, um nicht durch weitere Einwirkung eine „Häufchenbildung" des Pulvers hervorzurufen, was eine Messung der Wellenlänge unmöglich macht. — Erzeugt man in einer Flüssigkeit (z. B. Schweflige Säure), bei 18°, in ein- und derselben Glasröhre (z. B. VII) Staubfiguren bei verschiedener Schwingungszahl der Schallquelle, so bilden sich nicht bei allen Schwingungszahlen gleich gute brauchbare Figuren aus, sondern nur einige Schwingungszahlen (hier Glasstab 1,3,6) liefern Knoten, die scharf zu erkennen sind, dagegen werden bei anderen die Staubfiguren verwaschen. Hinzu kommt noch, daß in gegebener Flüssigkeit bei manchen Frequenzen oft die Grundschwingungen von Oberschwingungen sehr stark überlagert sind und eine genaue Bestimmung der Wellenlänge des Grundtons dadurch schwierig ist. Nur gelegentlich war es möglich, die Oberschwingungen zu benutzen. Es gelang nicht,eine bestimmte Gesetzmäßigkeit für das zuweilen stark ausgeprägte Auftreten von Oberschwingungen zu finden, da vier voneinander unabhängige Faktoren (Flüssigkeit, Glasröhre, Temperatur und Schwingungszahl) die wechselnde Erscheinung bedingen. —

Die Halbwellenlängen sind folgendermaßen bestimmt: Bei jedem einzelnen Versuch wurde zunächst die Stelle der Knotenpunkte an einem untergelegten Maßstab gemessen. Aus diesen wurde der wahrscheinlichste Wert der Halbwellenlänge nach der aus der Methode der der kleinsten Quadrate folgenden schon von A. Kundt [1]) benutzten Formel berechnet. Aus diesen Werten wurde dann nochmals das arithmetische Mittel genommen. Der bei acht verschiedenen Messungen sich ergebende „mittlere Fehler" ist in den nachstehenden Tabellen angegeben. —

1) A. Kundt: Pogg. Ann. 135, S. 359. 1868. s. Kohlrausch: Lehrb. d. prakt. Phys. 15. Aufl. S. 10.

Es war beabsichtigt, die Versuche in einem möglichst großen Temperaturintervall anzustellen. Leider gelang es mir trotz vieler Bemühungen nicht, über 22° C hinauszukommen. Hierzu reicht scheinbar die angegebene Versuchsanordnung und Meßmethode nicht aus.

Die Temperaturen, bei denen bisher Messungen vorliegen, sind Zimmertemperaturen. Es wurde bereits erwähnt, daß die Ergebnisse, die bei tiefen Temperaturen (etwa unterhalb 10°) erzielt wurden, unzuverlässig sind; denn bei tieferen Temperaturen wird die Figurenbildung in fast allen Flüssigkeiten schlecht. Es gelingt kaum, in solchen Fällen noch gut ausgeprägte Knotenstellen zu erhalten; es müssen Glasstäbe mit großen Schwingungszahlen (Nr. 1,3,5) benutzt werden, die mit stärkster Kraft gegen die Reibvorrichtung zu pressen sind. Bei tieferer Temperatur kann also die Figurenbildung erleichtert werden, wenn sowohl die Intensität als auch die Höhe des Tons gesteigert wird. — Es war aber auch selten möglich, bei höheren Temperaturen (etwa über 18°), brauchbare Staubfiguren zu erhalten. So ist es mir z. B. bei Glycerin, Ricinusöl und Schwefelkohlenstoff unmöglich gewesen, über 18° hinauszugehen; auch war es bei Glycerin nicht möglich, noch Staubfiguren unterhalb 14° zu erzielen. — Für die Temperaturkonstanz durch die ganze Röhre hin wurde dadurch gesorgt, daß die mit Flüssigkeit gefüllte Röhre mehrere Stunden in dem Versuchsraum lagerte, bevor mit dem Experiment begonnen wurde. — Doch ist es wohl möglich, daß eine geringe Inhomogenität der Temperatur als Ursache von Fehlschlägen angesprochen werden kann. —

In den folgenden Tabellen sind aus dem reichen Beobachtungsmaterial nur Werte angegeben, die auf einer noch gut möglichen Bestimmung der Wellenlänge beruhen. —

c) Versuchstabellen.

Die nachstehenden Tabellen sind nach den Glasröhren, in denen gemessen wurde, zusammengestellt. In der ersten Spalte stehen die Flüssigkeiten, die in dem betreffenden Rohr untersucht wurden; die zweite enthält die zugehörige Temperatur. Die Dichten der Flüssigkeiten, die in der dritten Spalte stehen, sind für die verschiedenen Temperaturen teils Landolt-Börnstein entnommen, teils mit dem Aräometer und der Mohrschen Waage bestimmt worden. Die Schwingungszahlen der Schallquelle sind in der vierten Spalte angegeben; hierzu ist zu bemerken, daß nur diejenigen Schwingungszahlen angeführt sind, bei denen die Figurenbildung in der Flüssigkeit am ausgeprägtesten war, und die Angaben in den folgenden Spalten durch mindestens acht Kontrollmessungen erhärtet werden konnten. In der fünften Spalte befindet sich die Anzahl derjenigen Knotenpunkte, die gut sichtbar waren; es ist dabei oft vorgekom-

men, daß sich zwischen scharf ausgeprägten Knoten (meist am Anfang und Ende der Röhre) Stellen fanden, die weniger deutlich markiert waren; (bei einzelnen Röhren waren besonders an den Klemmstellen starke Verwaschungen zu beobachten). In der sechsten Spalte ist die Gesamtlänge der gezählten Knoten vermerkt. Der bei acht Messungen sich ergebende „mittlere Fehler" steht in der siebenten Spalte. Es folgen dann die errechneten Wellenlängen und Schallgeschwindigkeiten. — Von den Beobachtungen in den zwölf Glasröhren sind hier als Beispiele nur die Röhren Nr. III und Nr. IX wiedergegeben.

Röhre Nr. III.

Stoff.	t	Dichte ϱ	Versuch Nr.	Anzahl der Knoten	Gesamtlänge der Knoten (cm)	Mittlerer Fehler für 8 Messg. (cm)	λ (cm)	$C = n \cdot \lambda$ (m/sec)	Mittelwert von C (m/sec)
Äthyl Alkohol	18	0,790	1	8	98,2	±0,4	24,55	1109,63	1110,1
			6	5	71,2	±0,2	28,60	1110,48	
Petroleum	18,5	0,800	6	6	92,0	+0,3	30,67	1190,80	1190,8
Ricinus-Öl	15°	0,960	2	6	110,0	±0,3	36,66	1378,86	1380,2
			3	8	105,8	+0,3	26,46	1381,93	
Schwefl. Säure	15°	1,820	6	20	121,5	+1,2	12,15	471,70	471,7
Petroleum	15°	0,820	4	8	108,9	±0,5	27,22	1192,60	1192,6
Glycerin	14°	1,300	2	5	96,8	±0,3	38,70	1455,27	1451,4
			3	8	111,3	±0,4	27,83	1453,58	
Schwefl. Säure	12°	1,836	1	15	79,8	±0,9	10,64	480,90	480,9
Äthyl Äther	10°	0,732	1	10	110,0	±0,6	22,00	994,40	995,9
			4	5	50,9	±0,2	22,76	997,40	
Äthyl Alkohol	9°	0,802	3	10	108,8	±0,8	21,76	1136,46	1137,4
			4	6	77,9	±0,7	25,98	1138,30	
Schwefl. Säure	8°	1,880	1	18	98,1	±1,3	10,90	492,69	493,9
			3	14	66,1	±1,1	9,46	495,10	
Äthyl Äther	8°	0,738	3	8	77,6	±0,5	19,41	1013,73	1011,7
			5	9	92,3	±0,5	20,56	1009,74	
Schwefl. Säure	20°	1,800	1	12	63,7	±0,8	10,56	462,69	463,2
			5	18	85,1	±1,4	9,49	466,13	
			6	13	89,0	±1,0	11,87	460,78	
Äthyl-Äther	20°	0,710	2	6	75,1	±0,3	25,14	945,36	946,0
			6	7	85,3	±0,3	24,38	946,63	

Röhre Nr. IX.

Stoff	t	Dichte ϱ	Flasche Nr.	Anzahl der Knoten	Gesamtl. d. Knoten cm	Mittlere Fehler d. 8 Mess. (cm)	λ (cm)	$C = n \cdot \lambda$ (m sec)	Mittelwert von C (m sec)
Glycerin	15°	1,262	5	7	104,3	±0,7	29,80	1463,54	1462,5
			6	5	94,1	±0,6	37,64	1461,49	
Essig-Säure	15°	1053	4	8	100,7	±0,8	25,18	1103,24	1103,2
Benzol	14,3	0,882	1	6	81,8	±0,5	27,27	1232,63	1229,8
			6	6	94,1	±0,6	31,60	1226,96	
Schwefl.-Säure	18°	1,810	1	20	103,1	±0,8	10,38	469,19	467,6
			6	18	108,0	±1,5	12,00	465,95	
Ricinus-Öl	18°	0,900	2	6	109,7	±0,5	36,57	1375,18	1377,1
			5	7	98,3	±0,8	28,08	1379,06	
Petroleum	18°	0,800	6	6	92,0	±0,5	30,67	1190,85	1190,8
Aceton	19°	0,791	2	6	89,3	±0,6	29,77	1119,47	1119,6
			3	10	107,3	±1,1	21,44	1119,74	
Benzol	19°	0,875	3	7	81,3	±0,9	23,23	1213,23	1210,4
			5	5	61,5	±0,4	24,59	1207,66	
Äthyl-Alkohol	20°	0,789	1	8	93,3	±0,7	24,32	1099,29	1100,3
			2	6	87,6	±0,7	29,20	1098,04	
			3	9	95,1	±0,8	21,13	1103,56	
Schwefl. Säure	12°	1,830	3	22	101,3	±2,3	9,21	481,01	480,2
			4	19	103,9	±1,8	10,94	479,34	
Ricinus Öl	13°	1,000	3	7	92,6	±0,6	26,46	1381,93	1381,5
			6	6	106,7	±0,5	35,57	1381,11	
Benzol	13°	0,884	3	7	83,1	±0,8	23,74	1239,17	1236,0
			5	9	112,9	±0,8	25,09	1232,22	
Äthyl Alkohol	10°	0,810	2	6	90,5	±0,5	30,17	1134,51	1135,8
			4	8	103,8	±0,8	25,95	1137,00	
Aceton	10°	0,802	1	8	102,0	±0,8	25,50	1152,63	1152,6
Äthyl Alkohol	16°	0,792	1	7	86,2	±0,6	24,63	1113,30	1113,3
Schwefl.-Säure	6°	1,893	3	16	76,6	±1,2	9,57	499,81	499,8
Aceton	7°	0,802	5	8	94,8	±1,0	23,70	1163,95	1163,9

Die Ergebnisse, die in vorstehenden Tabellen mitgeteilt sind, bilden die Unterlage für die Nachprüfung der theoretischen Formeln. Wichtig ist es daher, daß Messungen in zwölf verschiedenen Glasröhren, in zehn Flüssigkeiten und bei verschiedenen Temperaturen vorliegen; dadurch ist die Möglichkeit gegeben, auf breiterer Grundlage einen Vergleich zwischen den drei Theorien anzustellen.

III. VERGLEICH ZWISCHEN DEN DREI THEORIEN.

a) Tabellen und Kurven.

Zur besseren Übersicht sind die nachstehenden Tabellen nach den untersuchten Flüssigkeiten und innerhalb jeder Flüssigkeit nach steigender Temperatur geordnet. — Die gemessenen Geschwindigkeiten c sind nach den theoretischen Formeln (I), (II) und (III) auf die Geschwindigkeiten c_0 im freien Raum umgerechnet und gleichzeitig sind die erhaltenen Geschwindigkeitswerte c_0 graphisch dargestellt. (Abzisse: Temperatur); (Ordinate: Geschwindigkeit c_0).

Die graphischen Darstellungen befinden sich im Anhang.

Aceton.

t	ρ	Röhre Nr	c	Schallgeschwindigkeit im fr. Medium C_0 nach Vago	nach Korteweg	nach Green	Mittelwerte der C_0 nach Vago	nach Korteweg	nach Green
5°	0,822	IV	1185,1	1285,5	1317,5	1308,9			
7°	0,820	IX	1163,9	1280,5	1304,3	1299,6			
8°	0,812	VIII	1180,3	1267,8	1296,0	1288,2			
9°,5	0,805	X	1128,1	1264,5	1294,0	1282,8			
10°	0,802	IX	1152,6	1262,8	1285,1	1280,7			
11°	0,800	I	1179,2	1263,8	1288,3	1281,3			
14°	0,792	II	1133,1	1233,2	1255,9	1251,1	1234,4	1256,5	1251,4
		XII	1146,1	1235,5	1257,1	1251,6			
14°,5	0,792	VIII	1153,4	1232,4	1257,4	1250,7			
15°	0,792	I	1155,5	1233,9	1256,5	1250,1	1231,3	1253,8	1248,3
		XI	1127,4	1228,6	1251,1	1246,4			
16°	0,791	X	1104,2	1228,5	1247,8	1245,1			
18°	0,791	V	1139,5	1222,6	1243,3	1239,1			
19°	0,791	IX	1119,6	1218,1	1237,8	1233,9			
20°	0,790	I	1142,4	1217,7	1239,9	1233,2			
22°	0,785	X	1190,5	1207,5	1226,8	1224,3			

Äthyl-Äther.

t	φ	Röhre Nr.	C	Tafelgeschwindigkeit im 10. Maximum Co nach Tago	nach Körteweg	nach Green	Mittelwerte der Co nach Tago	nach Körteweg	nach Green
7°	0,740	VIII	1021,5	1085,5	1102,1	1098,0			
8°	0,738	III	1011,7	1076,1	1090,5	1087,2			
9°	0,735	VI	993,0	1066,4	1078,2	1076,4			
10°	0,732	III	995,9	1056,6	1070,1	1067,3			
11°	0,731	XII	998,1	1050,7	1062,8	1059,7			
12°	0,730	VII	985,4	1041,6	1056,0	1052,6			
14°	0,722	XI	977,2	1034,8	1047,1	1044,4			
15°	0,720	VI	965,5	1031,2	1041,6	1040,0			
18°	0,714	VI	947,3	1008,0	1018,2	1016,6	1008,8	1018,9	1017,0
		X	943,8	1009,9	1019,6	1018,2			
		XII	962,6	1008,5	1018,9	1016,3			
19°	0,712	XI	948,9	1000,6	1011,4	1009,2			
20°	0,710	III	946,0	996,0	1006,9	1004,5			

Äthyl-Alkohol.

t	φ	Röhre Nr.	C	Tafelgeschwindigkeit im 10. Maximum Co nach Tago	nach Körteweg	nach Green	Mittelwerte der Co nach Tago	nach Körteweg	nach Green
9°	0,802	VII	1137,4	1240,7	1260,0	1259,3			
9°	0,801	XI	1135,2	1240,1	1263,4	1258,5			
10°	0,801	IX	1135,8	1240,5	1261,5	1257,5			
11°	0,80[illegible]	V	1147,1	1233,1	1255,7	1250,2			
14°	0,795	XII	1131,8	1215,0	1241,0	1234,1			
15°	0,794	VII	1117,3	1212,9	1234,8	1230,2	1212,8	1234,5	1230,0
		XI	1114,8	1212,6	1234,2	1229,7			
16°	0,792	VIII	1134,8	1209,8	1233,4	1227,1	1209,8	1231,5	1226,5
		IX	1113,3	1209,7	1229,5	1225,8			
17°	0,791	V	1124,0	1203,5	1223,2	1219,2			
18°	0,790	III	1110,1	1203,8	1225,5	1220,6	1204,1	1224,2	1220,2
		VI	1094,7	1204,4	1222,8	1219,8			
19°	0,789	II	1102,1	1193,1	1213,7	1209,3	1193,8	1213,6	1209,6
		V	1116,4	1194,4	1213,6	1209,8			
20°	0,789	VII	1103,4	1191,1	1215,1	1209,2	1192,1	1213,3	1208,7
		IX	1100,3	1193,1	1211,5	1208,1			
22°	0,785	IV	1106,3	1182,5	1206,3	1200,1			

Benzol.

t	φ	Reihe Nr.	C	Differenzen gegen das Maximum bei			Mittelwerte für		
				nach Tago	nach Kortewg	nach Green	nach Tago	nach Kortewg	nach Green
7°	0,893	VIII	1287,2	1416,5	1460,1	1448,2			
8°	0,892	II	1251,8	1411,9	1451,2	1442,6	1410,8	1452,8	1442,9
		VII	1254,4	1409,6	1454,4	1443,2			
11°	0,888	I	1278,9	1402,9	1440,5	1429,8			
12°	0,885	XII	1258,9	1397,1	1432,5	1423,2			
13°	0,884	IX	1236,0	1391,9	1425,0	1418,4			
13½	0,883	VII	1236,6	1382,8	1424,4	1414,1			
14½	0,882	IX	1229,8	1382,7	1415,0	1408,8			
15°	0,881	I	1261,8	1379,4	1414,7	1404,7	1379,6	1413,0	1405,4
		II	1206,5	1379,9	1411,4	1406,1			
16°	0,881	III	1227,3	1369,2	1409,6	1399,5			
18°	0,880	VIII	1243,0	1356,2	1393,8	1383,7			
19°	0,875	I	1245,1	1356,7	1390,2	1380,6	1351,0	1387,2	1379,4
		IX	1210,4	1345,4	1384,1	1378,2			
20°	0,870	VII	1210,4	1343,9	1381,7	1373,6			

Essig-Säure.

t	φ	Reihe Nr.	C	Differenzen gegen das Maximum bei			Mittelwerte für		
				nach Tago	nach Kortewg	nach Green	nach Tago	nach Kortewg	nach Green
8°	1,063	V	1149,7	1269,4	1300,9	1294,5			
9°	1,062	IV	1104,5	1264,9	1294,1	1289,2	1263,6	1294,8	1288,8
		II	1125,0	1262,3	1295,5	1288,4			
10°	1,060	VIII	1148,0	1255,9	1291,7	1282,1	1254,2	1291,1	1281,4
		IV	1135,8	1252,1	1291,1	1280,8			
15°	1,053	I	1131,0	1231,6	1261,7	1253,2	1231,6	1261,9	1251,8
		V	1123,2	1232,8	1261,3	1255,2			
		IV	1118,6	1229,8	1264,9	1253,7			
		IX	1103,2	1233,9	1261,4	1256,1			
		II	1102,8	1229,9	1260,5	1253,8			
18°	1,049	V	1111,5	1217,1	1244,1	1239,2	1215,1	1244,5	1238,1
		IV	1107,5	1213,5	1248,2	1238,9			
		III	1072,4	1215,7	1241,2	1237,1			
20°	1,040	I	1112,7	1206,8	1234,6	1226,8	1205,0	1235,7	1227,3
		IV	1100,5	1203,3	1236,8	1227,8			

Glyzerin.

t	φ	Röhre Nr.	C	Schallgeschwindigkeit im fr. Medium Co nach Vago	nach Korteweg	nach Green	Mittelwerte der Co nach Vago	nach Korteweg	nach Green
14°	1,300	III	1454,4	1914,4	2072,1	2033,4			
15°	1,262	I	1549,1	1935,4	2089,4	2043,3	1918,9	2069,4	2031,5
		XII	1510,3	1927,2	2068,2	2029,7			
		VIII	1541,4	1916,2	2080,7	2033,6			
		V	1520,6	1920,8	2058,9	2029,3			
		VII	1476,1	1917,6	2091,1	2044,9			
		IV	1500,4	1888,9	2060,5	2011,3			
		IX	1462,5	1924,6	2058,2	2030,6			
		VI	1411,5	1924,1	2053,9	2030,9			
		XI	1457,8	1915,6	2063,4	2030,1			
16°	1,250	X	1385,7	1917,9	2046,8	2023,8			
18°	1,200	II	1471,3	1895,5	2031,3	2000,2			

Petroleum.

t	φ	Röhre Nr.	C	Schallgeschwindigkeit im fr. Medium Co nach Vago	nach Korteweg	nach Green	Mittelwerte der Co nach Vago	nach Korteweg	nach Green
10°	0,850	XII	1226,8	1336,7	1378,1	1370,1	1340,5	1379,0	1369,8
		VIII	1237,8	1345,2	1380,4	1370,9			
		IV	1224,7	1339,7	1378,6	1368,3			
11°	0,840	VI	1189,2	1344,9	1372,6	1367,9			
15°	0,820	XII	1207,8	1318,1	1345,3	1338,2	1316,1	1345,8	1339,9
		III	1192,6	1316,5	1346,2	1339,4			
		X	1163,7	1310,2	1343,7	1341,1			
		IV	1209,1	1315,9	1349,4	1341,1			
		VI	1174,0	1318,8	1344,2	1339,9			
		XI	1190,9	1317,1	1345,9	1339,9			
17°	0,810	X	1161,4	1313,1	1337,4	1333,7			
17,5°	0,805	XII	1207,1	1314,9	1341,5	1334,6			
18°	0,800	VIII	1215,9	1315,0	1341,0	1332,8	1312,3	1340,3	1332,3
		IV	1206,0	1308,9	1341,8	1333,1			
		IX	1190,8	1313,0	1338,1	1331,1			
18,5°	0,800	III	1190,8	1310,5	1339,1	1332,5			
19°	0,799	X	1160,4	1309,1	1332,9	1329,4			
20°	0,790	IV	1204,8	1306,0	1338,3	1329,6			

Ricinus-Öl.

t	ϱ	Röhre Nr.	C	Schallgeschwindigkeit im fr. Medium Co nach Vago	nach Korteweg	nach Green	Mittelwerte der Co nach Vago	nach Korteweg	nach Green
12°	1,000	VIII	1432,3	1644,4	1722,6	1701,2	1647,1	1717,2	1701,2
		VI	1437,0	1649,7	1711,8	1701,2			
13°	1,000	IX	1381,5	1649,7	1713,6	1700,8			
15°	0,960	I	1434,5	1634,6	1700,0	1681,2	1629,1	1695,6	1679,8
		XII	1409,6	1633,9	1696,6	1679,7			
		III	1380,2	1627,9	1695,6	1679,7			
		V	1415,7	1630,4	1691,8	1679,0			
		X	1327,6	1630,5	1687,2	1678,5			
		VII	1383,2	1621,3	1696,3	1677,2			
		IV	1409,5	1625,6	1703,5	1681,9			
		XI	1377,0	1629,2	1694,9	1680,7			
		II	1381,6	1628,7	1694,6	1680,1			
17°	0,900	VI	1345,2	1606,8	1658,1	1649,4			
18°	0,900	VIII	1420,3	1601,8	1654,2	1648,4	1605,2	1657,9	1649,8
		IX	1377,1	1608,6	1661,5	1651,1			

Schwefel-Kohlenstoff.

t	ϱ	Röhre Nr.	C	Schallgeschwindigkeit im fr. Medium Co nach Vago	nach Korteweg	nach Green	Mittelwerte der Co nach Vago	nach Korteweg	nach Green
9	1,320	VIII	1087,7	1203,9	1243,6	1232,6	1205,7	1241,4	1233,2
		VI	1037,8	1207,5	1239,1	1233,8			
12	1,300	VI	1033,6	1197,5	1227,9	1222,7			
16	1,250	I	1080,6	1185,9	1217,9	1208,9	1185,8	1218,0	1210,5
		VIII	1077,7	1183,5	1219,1	1209,5			
		VI	1033,2	1189,2	1217,7	1212,8			
		XI	1049,6	1185,6	1217,9	1211,1			
		II	1051,9	1184,7	1217,2	1210,2			
18	1,230	I	1077,7	1180,2	1211,1	1202,4	1180,2	1210,2	1203,9
		VI	1029,9	1181,1	1208,6	1205,3			
		II	1049,9	1179,3	1210,8	1204,0			

t	ϱ	Röhre Nr.	C	Schallgeschwindigkeit im fr. Medium Co nach Vago	nach Korteweg	nach Green	Mittelwerte der Co nach Vago	nach Korteweg	nach Green
6°	1,893	IX	499,8	519,3	522,9	522,3			
7°	1,890	VI	494,6	517,0	520,5	519,9			
8°	1,880	III	493,9	512,3	516,2	515,3			
12°	1,830	I	484,7	497,3	500,9	499,7	497,2	500,5	499,7
		XII	483,2	497,6	500,9	500,1			
		III	480,9	497,3	500,8	500,1			
		V	483,5	497,3	500,4	499,8			
		VII	480,5	496,2	500,2	499,2			
		IX	480,2	496,8	499,9	499,3			
		VI	478,1	497,6	500,6	500,1			
15°	1,820	III	471,7	487,1	490,3	489,6	487,8	491,1	490,2
		VIII	476,0	488,0	491,5	490,5			
		V	475,0	487,9	490,9	490,3			
		IV	474,6	488,3	491,5	490,5			
18°	1,810	I	471,4	482,8	485,8	485,0	482,6	485,8	485,1
		VIII	468,1	482,3	486,0	485,2			
		IX	467,6	482,7	485,6	485,0			
20°	1,800	III	463,2	477,6	480,6	479,9	477,6	480,5	479,9
		VIII	466,3	477,4	480,7	479,8			
		X	459,3	477,7	480,2	479,8			
		VI	460,9	477,9	480,6	480,1			
		XI	462,7	477,3	480,3	479,7			

b) Diskussion der Tabellen und Kurven.

Die Tabellen und Kurven zeigen, daß die drei Theorien verschiedene Werte liefern; die Korrektionswerte nach der Greenschen Theorie liegen zwischen denjenigen nach der Vagoschen und der Kortewegschen, doch wesentlich näher an denen nach der Kortewegschen Theorie.

(Alex. Cisman [1]) führt am Schlusse seiner Arbeit bereits an, daß „die Kortewegsche Theorie meist genügende Korrektionswerte gibt, dagegen liefert sie die Vagosche Theorie leicht etwas zu klein". —).

Aus den Kurven ersieht man, daß die Schallgeschwindigkeit bei allen untersuchten Flüssigkeiten mit steigender Temperatur erheblich abnimmt. Einige Unstimmigkeiten im Verlauf einzelner Kurven

1) Alex. Cisman: Journ. de physique. 7, S. 345. 1926.

haben ihre Ursache sicher im Experiment. Soweit zu erkennen ist, scheint diese Abnahme meist nicht streng linear mit der Temperatur zu erfolgen.

Jede der drei theoretischen Formeln (I), (II) und (III) gibt den Einfluß der Rohrwand auf die Schallgeschwindigkeit in den Flüssigkeiten an. Zur Nachprüfung der Theorien in großem Umfang wäre es daher sehr wünschenswert, wenn außer den Elastizitätskonstanten der Röhren auch die anderen bestimmenden Größen der Röhren, wie Durchmesser und Wandstärke, beliebig geändert werden könnten. Leider legt jedoch die angegebene Versuchsanordnung hier starke Beschränkung auf. Es müssen bei dieser Art der Versuche nach meinen Erfahrungen die Durchmesser der Meßröhren in den Grenzen von ca. 2,0—2,9 cm und die Wandstärken in den Grenzen von ca. 0,20—0,35 cm höchstens bleiben, wenn man noch brauchbare Staubfiguren erhalten will. Doch im Bereich dieser Grenzen kann man bei derselben Flüssigkeit und Temperatur, aber in verschiedenen Röhren, eine gute Übereinstimmung innerhalb der nach jeder einzelnen Formel errechneten Schallgeschwindigkeitswerte feststellen. Diese Übereinstimmung ist umso bedeutsamer, als die Röhren — abgesehen von Röhre Nr. III, VII, XI, die ausgeschliffen sind — nicht die gleichmäßige Wandstärke und ideale Zylinderform haben, wie sie die theoretischen Formeln voraussetzen. Diese Übereinstimmung der Werte für die Schallgeschwindigkeit spricht auch dafür, daß eine Korrektion für Wärmeleitung und Reibung, die bei Gasen stets erforderlich ist, bei Flüssigkeiten nicht nötig ist; es ist oben, S. 9, schon gezeigt, daß die Kirchhoffsche Formel hier zu geringfügige Korrektionen ergibt. —

Um zu ermitteln, welche der drei Korrektionsformeln (Vago, Korteweg, Green) am meisten Vertrauen verdient, die wahren Werte von c_∞ am besten liefert, wurde so vorgegangen: Aus den gemessenen und auf den freien Raum korrigierten Werten der Schallgeschwindigkeit c_∞, der isothermen Kompressibilität K_∞ und der Dichte ϱ ergibt sich:

$$(1) \quad K = \frac{C_p}{C_v} = K_\infty \cdot C_0^2 \varrho.$$

Andrerseits ist nach einer bekannten aus dem ersten und zweiten Hauptsatz der Thermodynamik folgenden Beziehung

$$(2) \quad K = \frac{C_p}{C_v} = \frac{K_\infty \varrho C_p}{K_\infty \varrho C_p - T \alpha^2}.$$

wo α der Ausdehnungskoeffizient, T die absolute Temperatur, c_p die spezifische Wärme bei konstantem Druck ist. —

Man wird derjenigen der drei Korrektionsformeln den Vorzug geben, für die sich der nach (1) aus der gemessenen korrigierten

Schallgeschwindigkeit c_0 ergebende Wert von $\varkappa$ am nächsten dem nach (2) berechneten Wert von $\varkappa$ ergibt. Das Ergebnis dieser Rechnung zeigt die folgende Haupttabelle.

Haupt-Tabelle.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Stoff	Formel.	Mole Anzahl gewichte M	Absol. Temp. T	Dichte ϱ	Schallgeschwindigkeit C_0 (m/sec) [Regnault]	C (m/sec) [Verfasser]	C_0 (m/sec) [Eisen]	$\varkappa \cdot \frac{c_p}{c_v}$ (1) Regnault	Verfasser	Eisen	$\varkappa \cdot \frac{c_p}{c_v}$ (2)	$\frac{M}{\varrho}(c_0 - c)$ aus (1)
Aceton	C_3H_6O	58	295°	0,785	1207,5	1220,8	1224,3	1,383	1,428	1,411	1,418	8,78
Äthyl-Äther	$(C_2H_5)_2O$	74	285°	0,730	1041,6	1056,0	1032,6	1,329	1,364	1,355	1,359	10,77
Äthyl-Alkohol	C_2H_5-OH	46	291°	0,790	1207,1	1224,2	1220,2	1,191	1,231	1,223	1,217	4,72
		46	295°	0,795	1182,5	1200,3	1200,1	1,193	1,221	1,209	1,213	7,23
Benzol	C_6H_6	78	287,5°	0,882	1282,7	1445,0	1408,8	1,407	1,474	1,461	1,469	10,13
		78	292°	0,875	1331,0	1387,2	1394,4	1,394	1,468	1,454	1,463	10,15
Essig-Säure	CH_3COOH	60	291°	1,049	1215,4	1244,5	1238,4	1,211	1,269	1,257	1,244	5,69
		60	293°	1,040	1205,0	1235,7	1227,3	1,200	1,272	1,255	1,242	5,71
Glycerin	$C_3H_8O_3$	92	288°	1,262	1918,9	2069,4	2031,5	1,001	1,143	1,114	1,108	5,08
Petroleum			291°	0,800	1312,3	1340,3	1332,3	1,160	1,211	1,192	1,206	
Ricinus-Öl			291°	0,900	1605,2	1657,9	1649,8	1,082	1,156	1,138	1,147	
Schwefel-Kohlenstoff	CS_2	76	289°	1,250	1185,8	1218,0	1210,5	1,514	1,594	1,573	1,586	6,77
		76	291°	1,230	1180,2	1210,2	1203,9	1,509	1,586	1,572	1,583	6,78
Schwefelige Säure			291°	1,800	482,6	485,8	486,1	1,294	1,301	1,297	1,304	

Aus dieser Tabelle sieht man sofort, daß die nach (2) aus der Thermodynamik berechneten Werte von $\varkappa$ mit den aus dem korrigierten Wert der Schallgeschwindigkeit sich berechnenden Werten

von $\varkappa$ bei der Vagoschen Korrektion gar nicht, dagegen bei der Kortewegschen und der Greenschen Korrektion etwa gleich gut übereinstimmen. Vielleicht ist die Übereinstimmung nach der Greenschen Korrektion noch etwas besser. Man wird also sagen können, daß die Kortewegsche und die Greensche Korrektion etwa gleich zuverlässig sind und richtige Werte ergeben. In die Tabelle sind unter Spalte 13 noch die Werte der Produkte $M(c_p - c_v)$ aufgenommen, wie sich diese Werte aus (1) in leicht ersichtlicher Weise berechnen lassen, und zwar mit Hinblick auf Abhandlungen von F. A. Schulze[2]), in denen gezeigt ist, daß dieses Produkt bei nicht assoziierenden Flüssigkeiten denselben Zahlenwert von rund 10 cal hat, während es bei assoziierenden Flüssigkeiten wesentlich kleiner ist. Die Tabelle zeigt, wie sich diese Regel auch hier bestätigt. — (Der Rechnung sind dabei die Werte von Spalte 11 zu Grunde gelegt). —

IV. ZUSAMMENFASSUNG.

1. Nach der Kundtschen Methode der Staubfiguren wurde die Schallgeschwindigkeit in Röhren für eine Anzahl von Flüssigkeiten in dem Temperatur-Intervall von 7°—22° C gemessen. — Bei tieferen Temperaturen (bis etwa 10°) ist die Figurenbildung in der Flüssigkeit sehr erschwert; sie kann dann nur verbessert werden, indem man Intensität und Tonhöhe der Schallquelle steigert. Hierbei jedoch prägen sich oft die harmonischen Obertöne so stark aus, daß die Grundschwingung bis zur Unkenntlichkeit verwaschen ist. Auch bei höheren Temperaturen (über 18°) ist es bei der angegebenen Versuchsanordnung zuweilen recht schwierig, noch brauchbare Staubfiguren zu erhalten. — Die Flüssigkeiten Aceton, Aethyl-Aether, Aethyl-Alkohol, Benzol und Schwefel-Kohlenstoff sind bereits von Dörsing oder Busse untersucht worden. Neu dagegen sind die Flüssigkeiten Essigsäure, Glycerin, Ricinus-Oel und Schweflige Säure. Auch ist der Temperaturbereich, in dem gemessen wurde, gegen die genannten Messungen hier wesentlich erweitert. —

2. Die Messungen ergaben bei Röhren verschiedener lichter Weite und Wandstärke in sich übereinstimmende Werte der Schallgeschwindigkeit. Eine Korrektion wegen Reibung und Wärmeleitung war dabei nicht angebracht; eine solche wäre auch nach der Kirchhoffschen Theorie hier zu geringfügig. —

3. Die Korrektion der gemessenen Schallgeschwindigkeit auf diejenige im freien Raum erfolgte nach den von Vago, Korteweg und Green angegebenen Korrektionsformeln. —

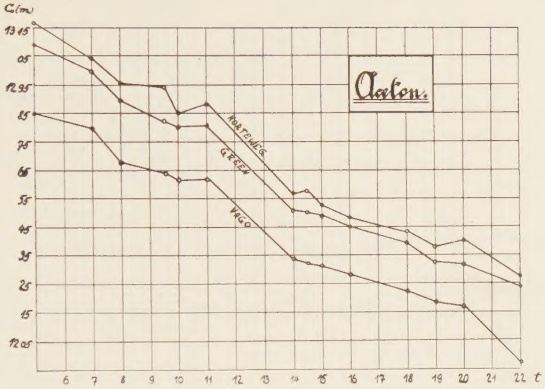
4. Mit steigender Temperatur nimmt die Schallgeschwindigkeit stark ab; die Abnahme scheint nicht ganz linear zu sein. —

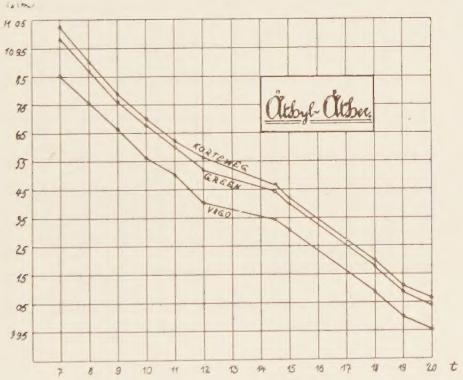
---

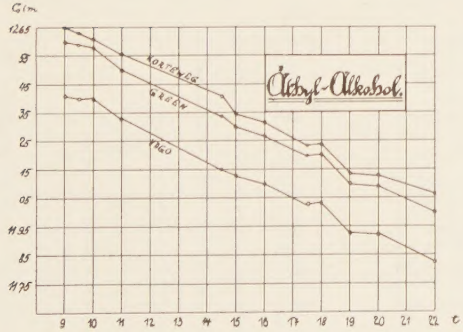
2) F. A. Schulze: Marburger Sitz.Ber. 1913. S. 53. Ztschr. f. phys. Chemie 88, S. 940. 1914. Elster-Geitel Festschrift. 1915. S. 105.

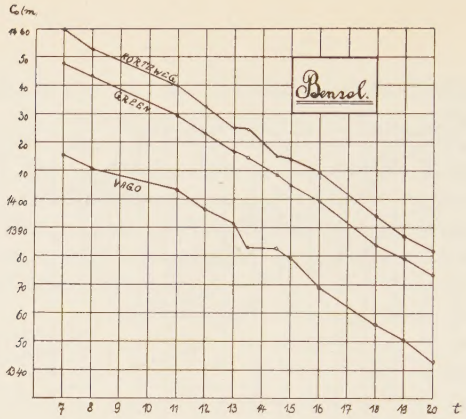
5. Der Vergleich der aus der Schallgeschwindigkeit sich ergebenden Werte von $\varkappa = \frac{c_p}{c_v}$ mit den aus der Thermodynamik berechneten zeigt, daß die Vagosche Theorie zu kleine Korrektionen liefert, während die Kortewegsche und (vielleicht noch etwas besser) die Greensche Theorie gute Übereinstimmung ergeben, also brauchbar sind. Die Messungen bestätigen ferner die von F. A. Schulze gefundene Regel über M $(c_p - c_v)$. —

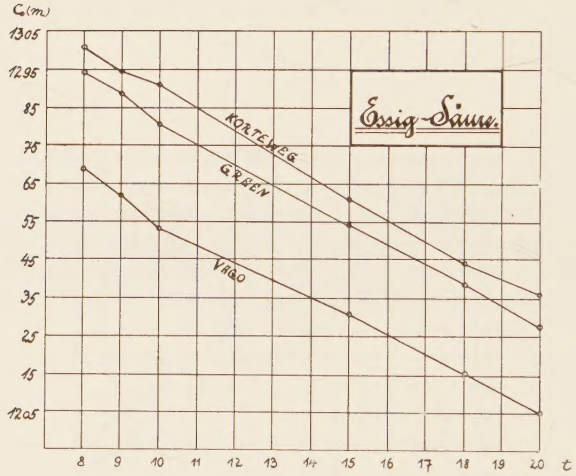
Es ist mir besondere Pflicht, vor allem Herrn Professor Dr. F. A. Schulze herzlichst zu danken. Er gab die Anregung zu vorstehender Arbeit und förderte sie durch regstes Interesse und tatkräftige Unterstützung. Auch möchte ich nicht versäumen, an dieser Stelle allen zu danken, die mir bei den Versuchen ihre bereitwillige Hilfe nicht versagten.

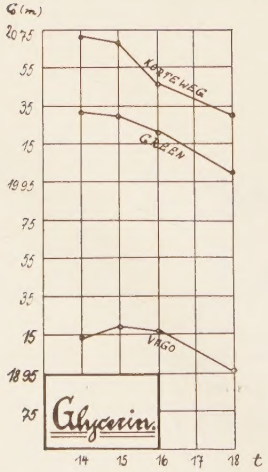

Aceton.
KORTEWEG
GREEN
VAGO
t


Äthyl-Äther.
KORTEWEG
GREEN
VAGO
t

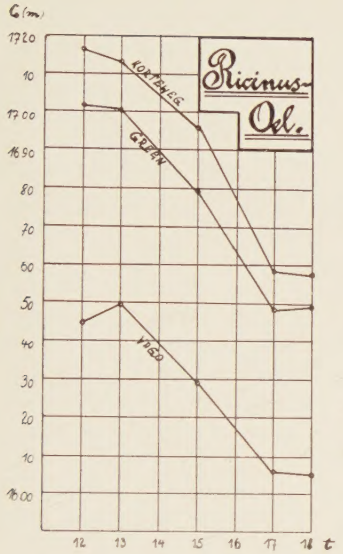

Äthyl-Alkohol.
KORTEWEG
GREEN
VAGO
t

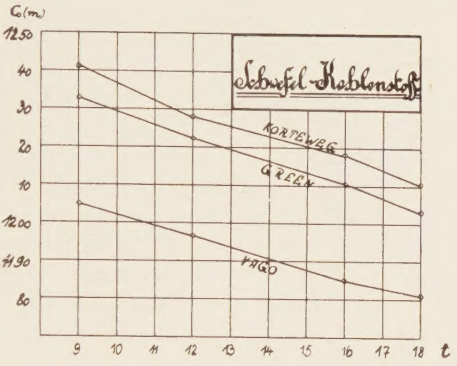

G(m.
KORTEWEG.
GREEN
VAGO
Benzol.
t

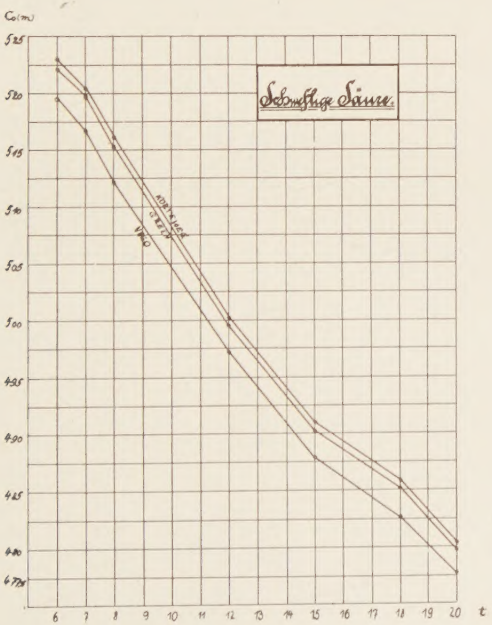

G(m)
KORTEWEG.
GREEN
VAGO
Essig-Säure.
t


G(m)
KORTEWEG.
GREEN
VAGO
Glycerin.
t

G(m)
KORTEWEG.
GREEN
VAGO
Petroleum.
t


C(m)
Ricinus-Öl.
KORTEWEG
GREEN
VAGO
t


C(m)
Schwefel-Kohlenstoff
KORTEWEG
GREEN
VAGO
t


C(m)
Schweflige Säure.
KORTEWEG
GREEN
VAGO
t

LEBENSLAUF.

Ich, Julius Karl Ludwig Wilhelm, wurde geboren am 6. Oktober 1904 zu Frankfurt (Main) als Sohn des Postassistenten a. D. Julius Karl Wilhelm und seiner Ehefrau Anna, geb. Reuter. Ich bin evangelisch und deutscher Reichsangehöriger. In Frankfurt besuchte ich die Klinger-Oberrealschule, später ging ich, da meine Eltern von Frankfurt nach Gladenbach (Kr. Biedenkopf) verzogen, auf die Oberrealschule nach Gießen über, die ich am 18. II. 24 mit dem Zeugnis der Reife verließ. —

Von Ostern 1924 bis Ostern 1925 studierte ich in Gießen Mathematik, Physik und Erdkunde; von Ostern 1925 bis Mai 1928 in Marburg die gleichen Fächer. Nachdem ich am 9. November 1928 die wissenschaftliche Prüfung für das höhere Lehramt in den Fächern Physik, Mathematik und Erdkunde bestanden hatte, meldete ich mich zum Vorbereitungsdienst beim Provinzial-Schulkollegium Kassel. Am 30. III. 1931 legte ich die pädagogische Prüfung ab. Seit dieser Zeit bin ich hier in Kassel an verschiedenen Schulen tätig; augenblicklich bin ich beschäftigt an der hiesigen Landespolizei-Fachschule.

Meine akademischen Lehrer, denen ich allen zu großem Dank verpflichtet bin, waren

in Gießen: Engel, Falckenberg, Maennchen, Schlesinger;

in Marburg: Berek, Fraenkel, Grüneisen, Heidegger, Hensel, Jaeck, Jaensch, Krafft, Neumann, Schaefer, Schultze-Jena, F. A. Schulze, Senftleben, Tomaschek, Weyrich, Zühlke. —

Das Rigorosum bestand ich am 30. April 1934 in Marburg.